dove

,4, ... AJ, b =

Ciò posto osserviamo che, in virtù delle (6), le equazioni (5) possono scriversi nel modo seguente

(8) jjj ^ 11.. (,= !, *,...«)

e che coll'aiuto di queste n relazioni lineari fra. le variabili £ e le variabili v), le due funzioni X, Y sono trasformabili l'una nell'altra, ammesse le primitive relazioni fra le x e le y che entrano rispettivamente nei coefficienti di quelle due funzioni. Ora, se V è una funzione qualunque delle variabili x_{iy} x_2, . . . x_{n9} le sue derivate parziali rispetto a queste variabili sono legate alle analoghe derivate rispetto alle variabili y_y dalle relazioni

(9) ^dV $dx_\$$ dV • - ' («=1,2,...*)

aventi gli stessi coefficienti delle (8). Quindi, nello stesso modo che le equazioni (8) rendono identiche fra loro le due funzioni (7), così le equazioni (9) devono rendere identiche, ossia trasformare l'una nell'altra, quelle due funzioni che si deducono dalle (l\ col sostituire le derivate parziali -^ — alle E e le derivate TT — alle vj , vale a dire

d V / dx_t d V / dy_v

le due funzioni

" dx_r dx_s * 2 «" dy_{tt} dy^, '

Di qui, ricordando che dalla funzione quadratica reciproca di una data si ripassa alla primitiva colle stesse leggi con cui si è dedotto la prima dalla seconda, si raccoglie il teorema seguente :

Sia data la funzione.

T — 2 Z- rs dx_r dx_s

quadratica ed omogenea rispetto alle n derivate parziali di una funzione V delie variabili indipendenti x_{l9} x_2 , . . . x_n , nella quale i coefficienti a_{rs} possono contenere in modo qualunque queste variabili e la funzione V. Per trasformare la funzione T dalle variabili an^idette alle nuove variabili y^ y_2, . . . y_{n9} si costituisca l'espressione differenziale

i cui coefficienti A_{rs} sono reciproci di quelli della T ; per me^o delle relazioni fra ìe x e